Institut für Theoretische Physik
Lehrstuhl D

Aachen, den 16. Juni 1999

10. Übung in theoretischer Physik/Thermodynamik

Abgabe am 23. Juni 1999

Aufgabe 1: (Stationarität des Ensemblemittels)

Es sei $\Phi(q,p)$ eine Phasenraumfunktion eines Systems, das durch die Hamilton-Funktion $H(q,p)$ beschrieben sei. Wenn die Trajektorien $(q(t), p(t))$ beschränkt sind, verschwindet offensichtlich das Zeitmittel $\overline{d\Phi/dt}$ der totalen Zeitableitung von Φ, vgl. Abschnitt 13.4. Zeigen Sie, daß auch das Ensemblemittel $\langle d\Phi/dt \rangle$ verschwindet.

Aufgabe 2: (Beispiel für Zustandsdichte)

Für ein thermodynamisches System laute die Zustandsdichte

$$D(U) = \begin{cases} A \cdot U^m \mathrm{e}^{-aU} & U \geq 0 \\ 0 & U < 0 \end{cases} \qquad A, a > 0, \quad m > 0 \quad \text{ganzzahlig}\,.$$

a) Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme $Z(N,T)$ und die innere Energie $U(T,N)$.

b) Wie muß sich m verhalten, damit die innere Energie extensiv ist?

c) Wie verhält sich die innere Energie für $T \to 0$ und $T \to \infty$?

d) Berechnen Sie die Entropie als Funktion der Temperatur. Ist der dritte Hauptsatz erfüllt?

Aufgabe 3: (System in Zentralpotential)

Ein thermodynamisches System klassischer, unabhängiger (d.h., nicht wechselwirkender) Massenpunkte steht unter dem Einfluß einer dem Betrage nach konstanten, anziehenden Zentralkraft. Berechnen Sie die mittlere Ausdehnung des Systems sowie deren relative Fluktuationen.

Aufgabe 4: (Unerreichbarkeit des absoluten Temperaturnullpunktes)

Betrachten Sie ein System aus N wechselwirkungsfreien Teilchen mit magnetischen Moment $\boldsymbol{\mu}$ in einem in z–Richtung angelegten homogenen Magnetfeld $\boldsymbol{B}$. Für ein Teilchen lautet

a) die klassische Hamiltonfunktion:

$$H = -\boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{B} = -\mu B \cos\Theta, \quad \text{mit} \quad 0 \leq \Theta \leq \pi$$

(Θ bezeichnet den Winkel zwischen $\boldsymbol{\mu}$ und der z–Achse. Es ist klassisch also jede Orientierung des magnetischen Momentes möglich.)

b) der quantenmechanische Hamiltonoperator:

$$\tilde{H} = -\tilde{\boldsymbol{\mu}} \cdot \boldsymbol{B} = -\mu_B B \sigma_z, \quad \text{mit} \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

(Nur zwei diskrete Orientierungen von $\boldsymbol{\mu}$ bezüglich $\boldsymbol{B}$ sind möglich.)

1. Berechnen sie für beide Fälle die Entropie des Systems aus der kanonischen Zustandssumme.

2. Was ergibt sich in beiden Fällen für

$$\lim_{T \to 0} \Delta S_T = \lim_{T \to 0} \left(S(T, B_2) - S(T, B_1) \right)$$

   mit $B_1 > 0$ und $B_2 > B_1$? Wie verhält sich $S(T, B)$ für $T \to 0$ im klassischen Fall?

3. Diskutieren Sie im Fall b) anhand des (S, T)–Diagramms, ob man durch eine endliche Anzahl von aufeinanderfolgenden Schritten $B_1 \to B_2$ (isotherm) und $B_2 \to B_1$ (adiabatisch) die Temperatur $T = 0$ erreichen kann.

Hinweis zur Klausur:

Für die Klausur am 2. Juli 1999 bitten wir um eine Anmeldung. Diese kann erfolgen freitags in den Übungsgruppen oder in der Klausurwoche vom 28. bis 30. Juni zwischen 9.00 und 12.00 Uhr im Sekretariat des Lehrstuhls D (Physikzentrum, Raum 26C408) oder in den Räumen 26C410 und 26C411.
Die Klausur findet statt in den Hörsälen AH II und AH IV ab 10.15 Uhr.
Bitte bringen Sie zur Klausur Papier, Stifte (Kugelschreiber o.ä., keine Bleistifte) sowie Studierenden- und Lichtbildausweis mit.