

Übungen zur Quantenfeldtheorie (WS 2000/01)

G. Roepstorff

Blatt 12

Aufgabe 1 (Myon-Paarproduktion)

In dieser Aufgabe wird ein Prozess betrachtet, in dem ein Elektron und ein Positron mit den Viererimpulsen k_1 und k_2 über ein intermediäres virtuelles Photon in ein Antimyon und ein Myon mit Viererimpulsen k_3 sowie k_4 übergehen. Die Elektron- bzw. Myonmasse seien durch m bzw. M gegeben.

- (i) Bestimmen Sie mit Hilfe der in der Vorlesung angegebenen Feynman-Regeln im Impulsraum das für diesen Prozess maßgebliche Übergangsmatrixelement $S = \delta(k_1 + k_2 - k_3 - k_4)F$ in niedrigster Ordnung in der Störungstheorie (hierzu braucht nur ein Diagramm betrachtet zu werden).
- (ii) Die Polarisierungen der ein- und auslaufenden Teilchen sollen nicht betrachtet werden. Darum wird über die Spins der auslaufenden Teilchen summiert und über die Spins der einlaufenden Teilchen gemittelt. Bilden Sie zu diesem Zweck den Ausdruck

$$|T|^2 := \frac{1}{4} \sum_{\text{Spins}} |F|^2$$

und werten Sie diesen mit Hilfe der bekannten Formeln für die Spinsummen über Produkte von Dirac-Spinoren sowie den Spurtheoremen für die Gammamatrizen (siehe Ü 3, A10, rel. Quantentheorie) aus.

- (iii) Der differentielle Wirkungsquerschnitt ist gegeben durch die Gleichung

$$d\sigma = \frac{\pi^2}{\sqrt{(k_1 \cdot k_2)^2 - m^4}} |T|^2 \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - k_3 - k_4) \frac{d^3k_3}{2k_3^0} \frac{d^3k_4}{2k_4^0}.$$

Der Wirkungsquerschnitt soll im Schwerpunktsystem ausgewertet werden. Drücken Sie hierzu die auftretenden Größen durch m , M , $\alpha = e^2/4\pi$, $s = (k_1 + k_2)^2$ sowie den Winkel θ zwischen dem einlaufenden Elektron und dem auslaufenden Myon aus. Die Delta-Funktion kann durch Integration über die räumlichen Impulse des Antimyons sowie über den Betrag des Impulses des Myons ausintegriert werden. Wenn Sie alles richtig gemacht haben, sollten Sie folgendes Ergebnis erhalten:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{CMS}} = \frac{\alpha^2}{4s} A \sqrt{\frac{1 - 4M^2/s}{1 - 4m^2/s}}$$

mit

$$A = \left[1 + \left(1 - \frac{4M^2}{s} \right) \left(1 - \frac{4m^2}{s} \right) \cos^2 \theta + \frac{4}{s} (m^2 + M^2) \right] .$$

- (iv) Berechnen Sie durch Integration über den Raumwinkel Ω des Myons den totalen Wirkungsquerschnitt σ der betrachteten Reaktion. Zeigen Sie, daß wegen $M \approx 207m$ die Elektronmasse im Wirkungsquerschnitt vernachlässigt werden darf. Für welche Werte von s sind die Formeln für den Wirkungsquerschnitt sinnvoll? Wie ist dies physikalisch zu interpretieren? Skizzieren Sie den totalen Wirkungsquerschnitt als Funktion von s . Welche Abhängigkeit ergibt sich für große s ? Begründen Sie, warum dieses Verhalten qualitativ zu erwarten war.

Besprechung: Mittwoch, 14. Februar, in der Übungsstunde