Übungsblatt 15 zur Vorlesung Quantenfeldtheorie

J. Jersák, WS 1998/99

Aufgabe 37 (Resonanz-Streuung)

Zeigen Sie, daß aus dem Integral →11.33(1)

$$M_{\mathrm{BW}}(s) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} ds' \frac{f_{\mathrm{BW}}(s')}{s - s' + i\epsilon} \ , \tag{1}$$

mit → 11.31(3)

$$f_{\mathrm{BW}}(s) = \frac{c}{(s - m_B^2)^2 + m_B^2 \Gamma_B^2} \tag{2}$$

durch die explizite Form → 11.33(3)

$$M_{\mathrm{BW}}(s) = -\frac{c}{m_B \Gamma_B} \, \frac{1}{s - m_B^2 + i m_B \Gamma_B} \tag{3}$$

gegeben ist. Setzen Sie zur Berechnung von (6), die Gleichung (5) in (4) ein und benutzen Sie den Residuensatz.

Aufgabe 38 (Dalitz-Plot)

Zeigen Sie zunächst, daß sich der 3-Teilchen Phasenraum im Schwerpunksystem der Teilchen schreiben läßt als

$$\begin{aligned} R_3(s) &= \frac{1}{(2\pi)^5} \int \frac{d^3k_1}{2E_1} \frac{d^3k_2}{2E_2} \frac{d^3k_3}{2E_3} \, \delta^{(4)}(P - k_1 - k_2 - k_3) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{1}{8} \int dE_1 dE_2 d\Omega_1 d\phi_2 \; \Theta(1 - \cos^2\theta_{12}) \ , \end{aligned} \tag{4}$$

mit $P^2 = s > 0$ (der Schwerpunktsenergie). E_1, E_2 sind die Energien von Teilchen 1 bzw. 2, Ω_1 der Raumwinkel von Teilchen 1, ϕ_2 den Azimuth von Teilchen 2 im Bezug zu Teilchen 1 und θ_{12} der Winkel zwischen der Flugrichtung von Teilchen 1 und 2. Die Θ-Funktion beschränkt das Integrationsgebiet in der E_1E_2-Ebene (Dalitz-Gebiet). Betrachten Sie den Spezialfall

$$m_1 = m_2 = m \qquad , \quad m_3 = M$$

und führen Sie für E_1, E_2 die neuen dimensionslosen Variablen wie folgt ein

$$x = \frac{2Pk_1}{s} \ , \quad \bar{x} = \frac{2Pk_2}{s} \ . \tag{5}$$

Berechnen Sie dann den Rand des Integrationsgebietes in der $x\bar{x}$-Ebene als Funktion von $r_1 = 2m/\sqrt{s}$ und $r_2 = 2M/\sqrt{s}$. Plotten Sie das Resultat für $\sqrt{s} = 1000$ GeV und die 4 Massenkombinationen $(m, M) = (175, 0), (175, 130), (175, 500), (0, 300)$ (m, M in GeV).

<u>Aufgabe 39</u> (Resonanz im Dalitz-Plot)

Nehmen Sie an, daß die Amplitude einer $2 \to 3$ Teilchen-Reaktion eine Resonanz in $s_{12} = (k_1 + k_2)^2$ besitzt, also von der Form

$$iM = i \frac{c}{s_{12} - m_R^2 + i m_R \Gamma_R} \ , \tag{6}$$

mit $c = const.$ ist. Berechnen Sie im Limes $\Gamma_R \ll m_R$ und der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s} = 1000$ GeV und den Massen $m_1 = m_2 = 100$ GeV, $m_3 = 200$ GeV, $m_R = 400$ GeV die Gerade in der $x\bar{x}$-Ebene, in der $|M|^2$ resonant wird. Zeichen Sie die Gerade in das entsprechende Dalitzgebiet der Reaktion ein.

<u>Besprechung:</u> Di. 9.2.'99, 15:45 Uhr, 26C402.

Abgabe spätestens am selben Tag bis 14 Uhr. Übungsleiter: Marc Flesch